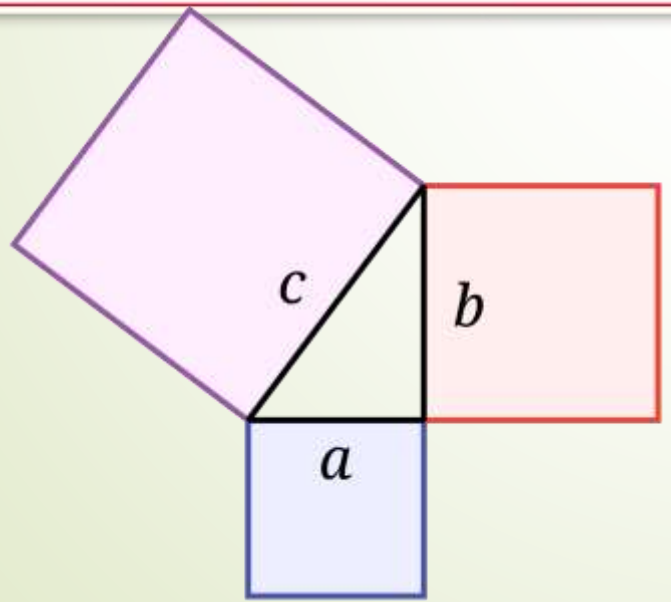
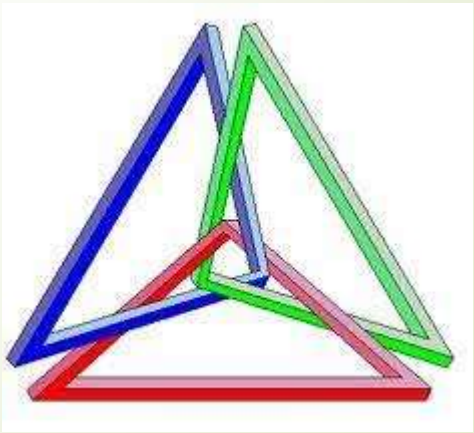
الوحدة الخامسة

المثلثات و نظرية فيثاغورس





صفحة 411

الدرس 5

نظرية فيثاغورس

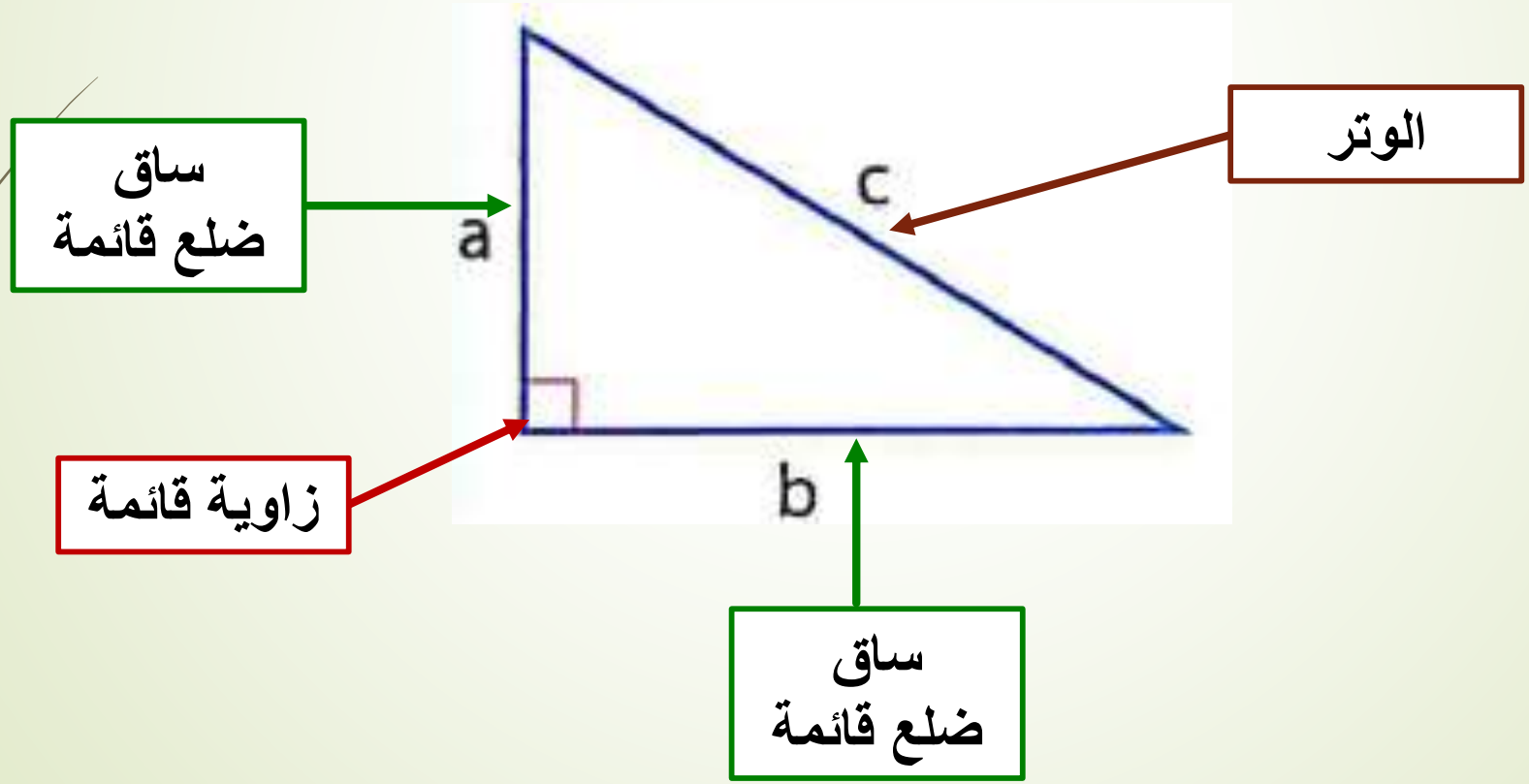
سوف نتعلم :

1. إيجاد طول الضلع الناقصة في مثلث قائم .
2. تحديد ما إذا كان المثلث قائم أم لا .

المفردات الأساسية

صفحة 411

المثلث القائم هو مثلث به زاوية قائمة. **ساقا المثلث** هما الضلعان اللذان يكونان زاوية قائمة. **وتر المثلث** هو الضلع المقابل للزاوية القائمة، وهو الضلع الأطول في المثلث.



أكمل خريطة المفاهيم. واكتب أسماء الساقين والوتر.

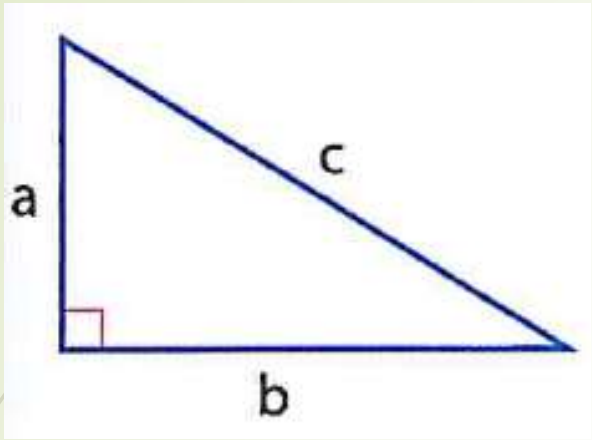
ارسم رمز الزاوية القائمة على الزاوية القائمة. وقم بقياس طولي ضلعي المثلث القائم واكتب القياسات في الجدول التالي.

الضلع	الطول (cm)
$\overline{BC}$	6
$\overline{CA}$	8
$\overline{AB}$	10

المفهوم الأساسي

نظرية فيثاغورس

صفحة 412



الشرح

في **مثلث قائم الزاوية** :
مجموع مربعي طولا ساقا المثلث يساوي مربع طول الوتر

الرموز

$$a^2 + b^2 = c^2$$

تصف **نظرية فيثاغورس** العلاقة بين أطوال الضلعين والوتر في *أي* مثلث قائم الزاوية.

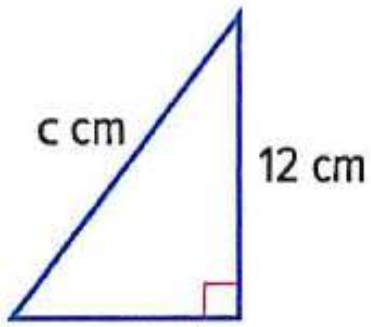
يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد طول أي ضلع من أضلاع مثلث قائم الزاوية مع العلم بطول الضلعين الآخرين.

أمثلة

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

صفحة 412

1.



هل تحتاج إيجاد طول إحدى الساقين أم الوتر ؟ الوتر

ما طولا الساقين ؟ $12\ cm\ ,9\ cm$

ما المعادلة التي تستخدمها لتمثيل نظرية فيثاغورس ؟ $a^2 + b^2 = c^2$

ما القيمة التي ستعوض بها عن a في المعادلة ؟ 12

ما القيمة التي ستعوض بها عن b في المعادلة ؟ 9

لماذا لا يمكن أن يكون c سالبًا ؟ لأنه يمثل طول

لحساب طول الوتر يمكن أن نكتب مباشرة

$$c = \sqrt{12^2 + 9^2}$$

$$c = 15$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$12^2 + 9^2 = c^2$$

$$144 + 81 = c^2$$

$$225 = c^2$$

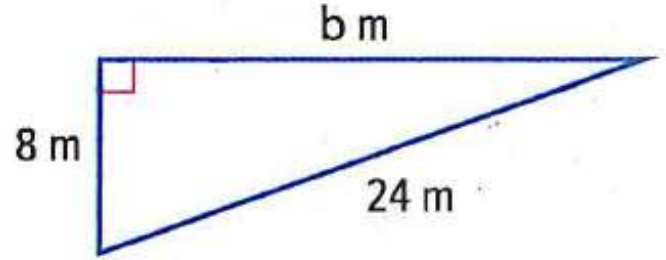
$$c = \sqrt{225} \qquad \boxed{c = 15}$$

أمثلة

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

صفحة 412

2.



هل تحتاج إيجاد طول إحدى الساقين أم الوتر ؟ الساق

ما طولا الضلعين الباقيتين ؟ $8\ m\ ,24\ m$

ما المعادلة التي تستخدمها لتمثيل نظرية فيثاغورس ؟ $a^2 + b^2 = c^2$

ما القيمة التي ستعوض بها عن a في المعادلة ؟ 8

ما القيمة التي ستعوض بها عن c في المعادلة ؟ 24

لماذا لا يمكن أن يكون b سالبًا ؟ لأنه يمثل طول

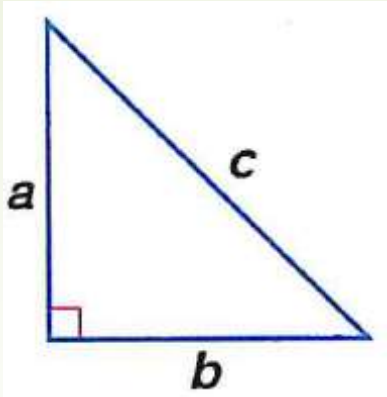
$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$8^2 + b^2 = 24^2$$
$$64 + b^2 = 576$$
$$b^2 = 576 - 64$$
$$b^2 = 512$$
$$b = \sqrt{512} \qquad b \approx 22.6$$

لحساب طول الساق يمكن أن نكتب مباشرة

$$b = \sqrt{24^2 - 8^2}$$
$$b \approx 22.6$$

صفحة 413

لإيجاد طول ضلع مجهولة في مثلث قائم



أولا: حدد الضلع المجهول (وتر – ساق)

ثانيًا : إذا كان المجهول الوتر
نكتب الجذر التربيعي ونضع إشارة (+) في الوسط تحت الجذر

$$c = \sqrt{(\quad)^2+(\quad)^2}$$

ثانيًا : إذا كان المجهول الساق
نكتب الجذر التربيعي ونضع إشارة (–) في الوسط تحت الجذر

$$a = \sqrt{(\quad)^2-(\quad)^2}$$

ثالثًا : نعوض مربع الضلعين الباقيتين و نبدأ من الضلع الأكبر

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

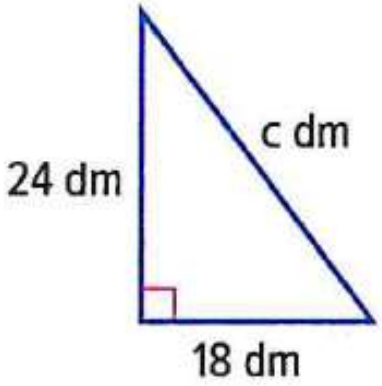
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

صفحة 413

أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

a.



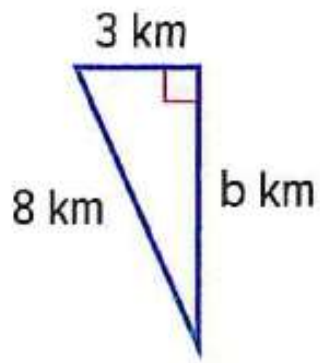
هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الوتر c

$$c = \sqrt{(24)^2+(18)^2}$$

$$c = 30\ dm$$

b.



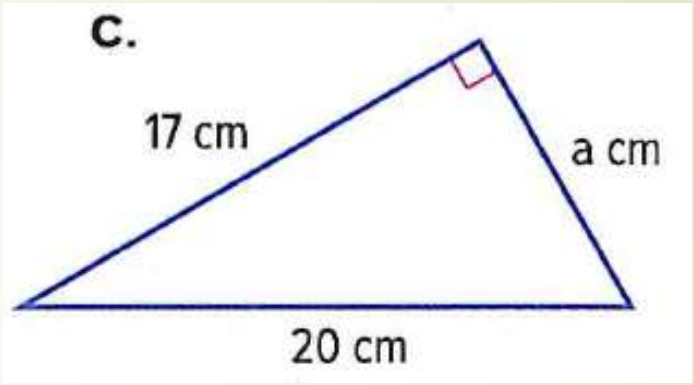
هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الساق b

$$b = \sqrt{(\ 8\ )^2-(\ 3\ )^2}$$

$$b = 7.4\ km$$

c.



هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الساق a

$$a = \sqrt{(20)^2-(17)^2}$$

$$a = 10.5\ cm$$

عكس نظرية فيثاغورس

صفحة 413

إذا كانت a , b , c أطوال أضلاع مثلث . وكان $a^2 + b^2 = c^2$ فإن المثلث قائم و وتره c

إذا عكست جزئي نظرية فيثاغورس، فإنك تكون قد كوّنت **معكوس النظرية**.

النص : إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن $a^2 + b^2 = c^2$

المعكوس : إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$ فإن المثلث قائم الزاوية

صفحة 414

مثال

3. قياسات الأضلاع الثلاثة في المثلث يساوي 5 سنتيمترات، و 12 سنتيمترًا، و 13 سنتيمترًا. حدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا.

ما أطوال أضلاع المثلث ؟ $5\ cm\ ,12\ cm\ ,13\ cm$

أي الأضلاع هو الأطول ؟ $13\ cm$

إذا كان هذا مثلثًا قائمًا . فأي ضلعٍ سيكون الوتر ؟ الذي طوله $13\ cm$

ما المعادلة التي تستخدمها لتحديد ما إذا كان المثلث قائمًا ؟ $a^2 + b^2 = c^2$

ما القيمة التي ستعوض بها عن c في المعادلة ؟ 13

$$5^2 + 12^2 \stackrel{?}{=} 13^2$$

$$25 + 144 \stackrel{?}{=} 169$$

$$169 = 169$$ صحيحة

المثلث قائم الزاوية ، و وتره $13\ cm$

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

صفحة 414

حدد ما إذا كان كل مثلث مذكور أدناه أطوال أضلاعه هو عبارة عن مثلث قائم أم لا.

d. 36 km, 48 km, 60 km

$$36^2 + 48^2 \stackrel{?}{=} 60^2$$

$$3600 = 3600$$

المثلث قائم الزاوية ، و وتره $60\ km$

e. 4 m, 7 m, 5 m

$$4^2 + 5^2 \stackrel{?}{=} 7^2$$

$$41 \neq 49$$

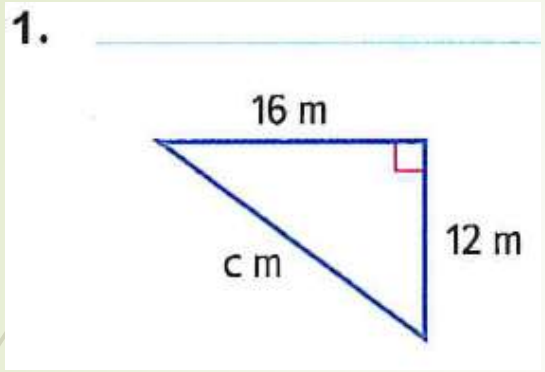
المثلث غير قائم الزاوية

تمرين موجّه

صفحة 414

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم.
ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

1.



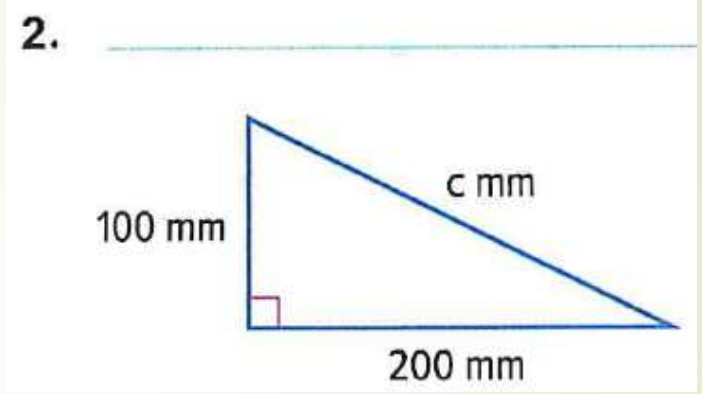
هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الوتر c

$$c = \sqrt{(16)^2+(12)^2}$$

$$c = 20\ m$$

2.



هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الوتر c

$$c = \sqrt{(200)^2+(100)^2}$$

$$c \approx 223.6\ mm$$

تمرين موجّه

صفحة 414

حدد ما إذا كان كل مثلث مذكور أدناه أطوال أضلاعه هو عبارة عن مثلث قائم أم لا. علل إجابتك. (المثال 3)

3. 5 cm, 10 cm, 12 cm

$$5^2 + 10^2 \stackrel{?}{=} 12^2$$

$$125 \neq 144$$

المثلث غير قائم الزاوية

4. 9 m, 40 m, 41 m

$$9^2 + 40^2 \stackrel{?}{=} 41^2$$

$$1681 = 1681$$

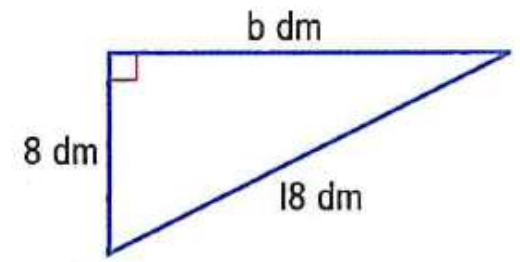
المثلث قائم الزاوية ، و وتره $41\ m$

تمارين ذاتية

صفحة 415

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم.
ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

2.



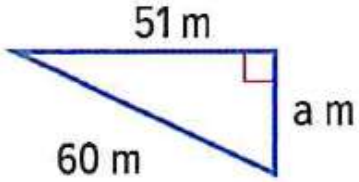
هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الساق b

$$b = \sqrt{(18)^2 - (8)^2}$$

$$b \approx 16.1\ dm$$

2.



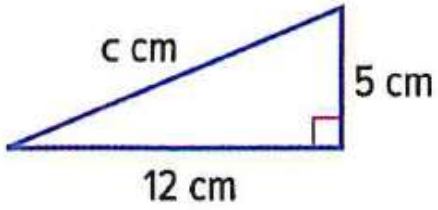
هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الساق a

$$a = \sqrt{(60)^2 - (51)^2}$$

$$a \approx 31.6\ m$$

1.



هل تحتاج إيجاد طول الساق أم الوتر ؟

الوتر c

$$c = \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$$

$$c = 13\ cm$$

تمارين ذاتية

صفحة 415

حدد ما إذا كان كل مثلث مذكور أدناه أطوال أضلاعه هو عبارة عن مثلث قائم أم لا. علل إجابتك.

5 30 cm, 122 cm, 125 cm

$30^2 + 122^2 \stackrel{?}{=} 125^2$

$15\,784 \neq 15\,625$

المثلث غير قائم الزاوية

4. 28 m, 195 m, 197 m

$28^2 + 195^2 \stackrel{?}{=} 197^2$

$38\,809 = 38\,809$

المثلث قائم الزاوية ، و تره $197\ m$

تمارين ذاتية

صفحة 415

6. احسب طول قطر المستطيل.

قطر المستطيل يمثل وتر مثلث قائم

$$c = \sqrt{(587)^2 + (443)^2}$$

$$c = 735.4\ km$$

تمارين ذاتية

صفحة 415

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

7 $a = 48$ m; $b = 55$ m

الضلع الناقص هو الوتر c

$$c = \sqrt{(55)^2+(48)^2}$$

$$c = 73\ m$$

8. $a = 23$ cm; $b = 18$ cm

الضلع الناقص هو الوتر c

$$c = \sqrt{(23)^2+(18)^2}$$

$$c \approx 29.2\ cm$$

9. $b = 5.1$ m; $c = 12.3$ m

الضلع الناقص هو الساق a

$$a = \sqrt{(12.3)^2-(5.1)^2}$$

$$a \approx 11.2\ m$$

تمارين ذاتية

صفحة 416

10. م.د **استخدام أدوات الرياضيات** يُطلق على الأعداد 3 و4 و5 ثلاثية فيثاغورس لأنها تستوفي نظرية فيثاغورس. أكمل خريطة المفاهيم الموضحة لإدراج 4 مجموعات إضافية من ثلاثية فيثاغورس.

ثلاثية فيثاغورس		
3	4	5
6	**8**	10
9	12	**15**
5	**12**	13
8	15	17

$$b = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

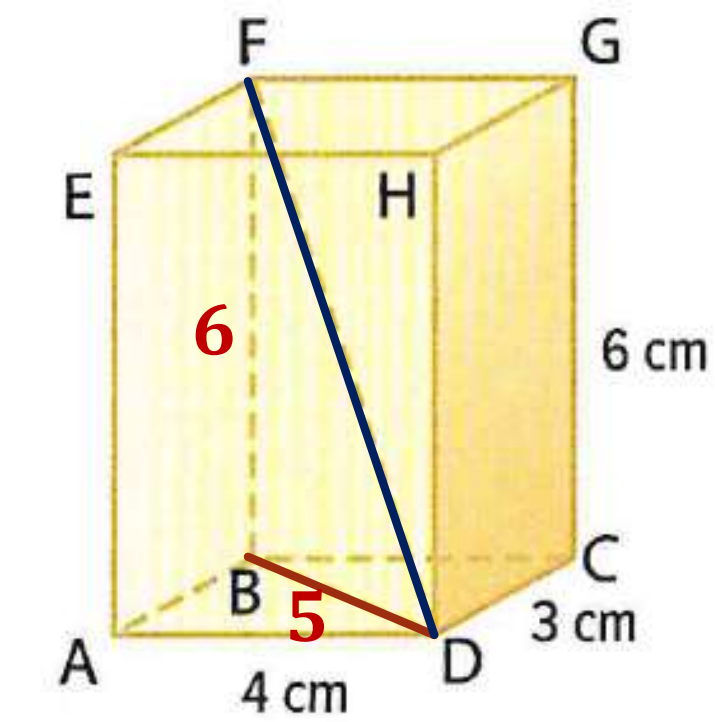
$$c = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

$$b = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$a = \sqrt{17^2 - 15^2} = 12$$

صفحة 416

11. **المثابرة في حل المسائل** في الشكل، $\overline{BD}$ هو قطر القاعدة و $\overline{FD}$ هو قطر الشكل. أوجد FD مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة.

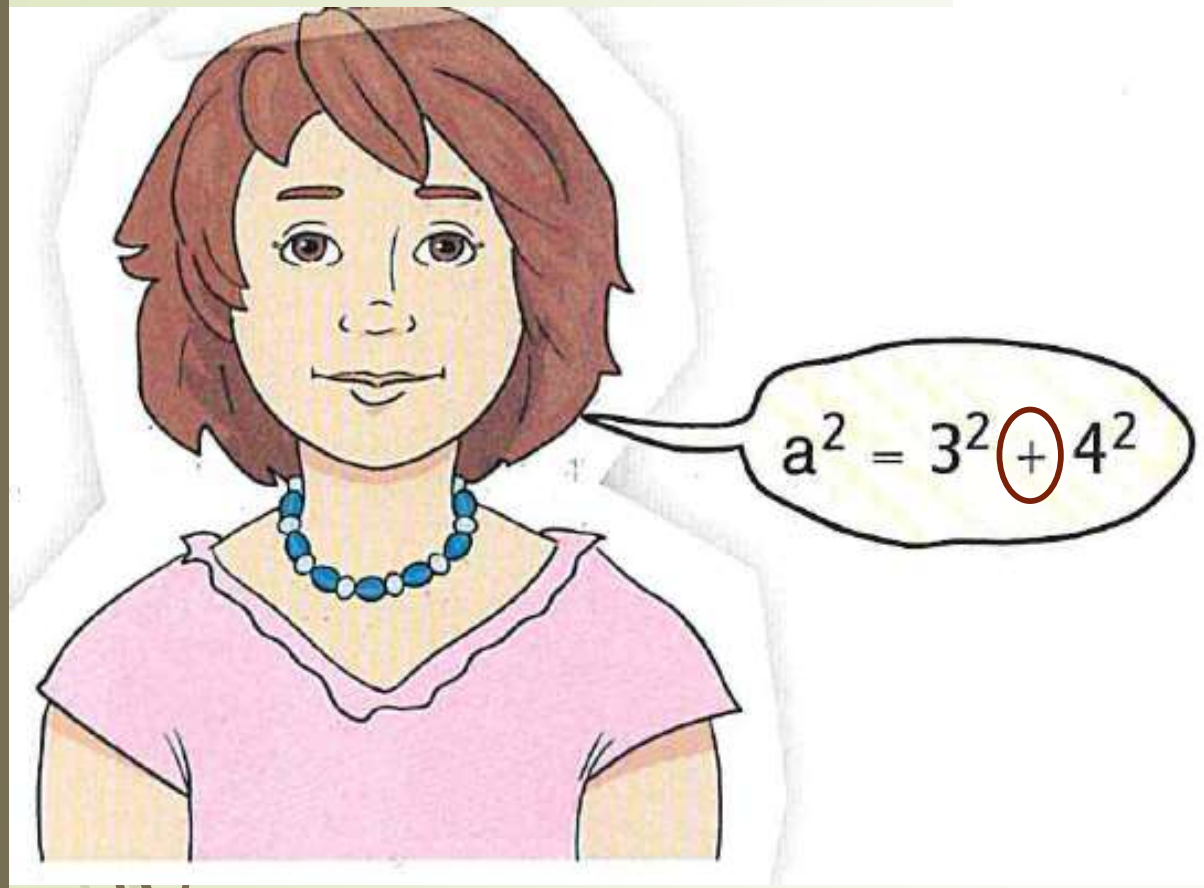


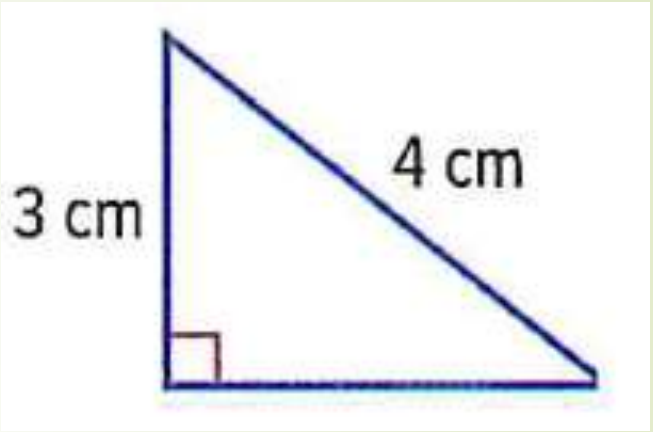
$$BD = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\ cm$$

$$FD = \sqrt{6^2 + 5^2} \approx 7.8\ cm$$

صفحة 416

12. م.ر **البحث عن الخطأ** تكتب أماني معادلة لإيجاد طول الضلع الثالث من المثلث القائم الزاوية. أوجد خطأها وصححه.

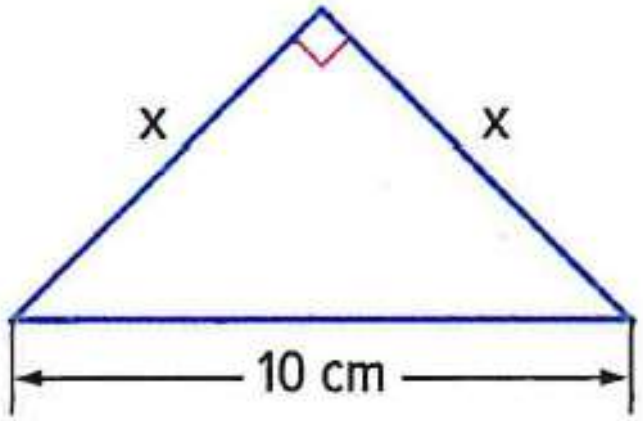




$$a = \sqrt{4^2 - 3^2} \quad = 2.6\ cm$$

صفحة 416

13. م.د **تبرير الاستنتاجات** ما القيمة التي يجب أن تكون للمتغير x في الشكل حتى يتم تصنيفه على أنه مثلث قائم متساوي الساقين؟ برر استنتاجك.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$x^2 + x^2 = 10^2$$

$$2x^2 = 100$$

$$x^2 = 100 \div 2$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \sqrt{50}$$

$$x \approx 7.1\ cm$$